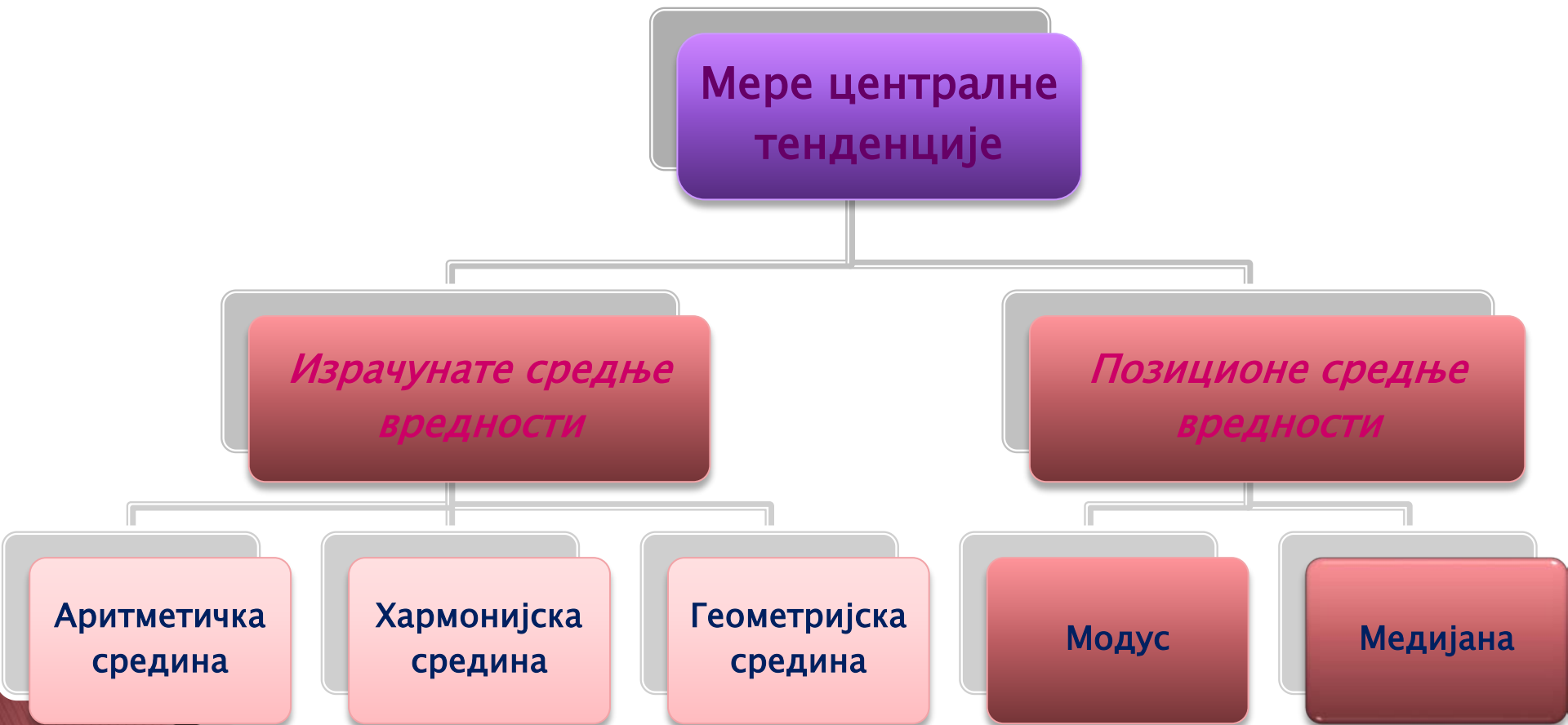


ОБРАДА И АНАЛИЗА ПОДАТАКА (3+2)



др Милица Цветковић

МЕРЕ ЦЕНТРАЛНЕ ТЕНДЕНЦИЈЕ



ПОЗИЦИОНЕ СРЕДЊЕ ВРЕДНОСТИ

– Модус и медијана –



- Позиционе средње вредности одређују се позицијом коју заузимају у датој серији података.
- Налазе се на оном месту које заузима било доминантан (најзначајнији), било централни (средишњи) положај у серији.
- Пре него што се приступи изналагаењу позиционих средњих вредности, потребно је дату серију поређати по величини модалитета.

ПОЗИЦИОНЕ СРЕДЊЕ ВРЕДНОСТИ

МОДУС

(Mo)

МЕДИЈАНА

(Me)

Позиционе
средње
вредности

– МОДУС –

Мо



МОДУС (M_o)

- ✓ **Модус (Мод)** је обележје у серији које има највећу фреквенцију појављивања.
- ✓ Најчешће се јавља па је најтипичнија (доминантна) вредност у серији. Зато се често назива и *ДОМИНАНТА* или *НОРМАЛА*.
- ✓ Модус не мора бити јединствен.

МОДУС (M_o)

Серија може бити:

✓ **Без модуса**

(Пр.: 12.3, 24.4, 46.8, 32.5, 18.2, 43.3, 53.2)

✓ **Унимодална** (са једним модусом)

(Пр.: Боја косе студената у групи је: смеђа, плава, смеђа, смеђа, риђа, смеђа, плава, смеђа;
 M_o =смеђа)

✓ **Бимодална** (са два модуса)

(Пр.: Године старости студената у групи: 18, 19, 20, 20, 19, 19, 20, 18, 19, 20; M_o су 19 и 20)

✓ **Мултимодална** (са више модуса)

МОДУС (M_o)

- У пракси се модус може тражити и код неинтервалних и код интервалних серија.
- Код интервалних серија модус се израчунава по формули:

$$M_o = a_{M_o} + i \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

a_{M_o} = доња граница модалног интервала

i = ширина модалног интервала

f_{M_o} = фреквенција модалног интервала

f_{M_o-1} = фреквенција предмодалног интервала

f_{M_o+1} = фреквенција последмодалног интервала

МОДУС (Mo)

Пример 1: На испиту су 33 студента добила следеће оцене:

6, 7, 6, 5, 10, 7, 9, 6, 5, 7, 9, 8, 7, 6, 6, 10, 7,
6, 7, 8, 7, 5, 6, 5, 10, 5, 7, 9, 8, 8, 6, 7, 7.

Коју оцену су студенти најчешће добијали?

МОДУС (M_o)

Пример 1: :

6, 7, 6, 5, 10, 7, 9, 6, 5, 7, 9, 8, 7, 6, 6, 10, 7,
6, 7, 8, 7, 5, 6, 5, 10, 5, 7, 9, 8, 8, 6, 7, 7.

x_i	f_i
5	5
6	8
7	10
8	4
9	3
10	3
	$\Sigma=33$

$$M_o = 7$$

МОДУС (M_o)

Пример 2: На испиту је 50 студената добило следеће поене:

44	22	65	47	43	33	51	79	59	78
66	37	36	31	57	62	37	84	53	76
57	45	43	52	64	74	85	88	46	58
25	41	49	53	66	82	91	54	58	68
77	56	55	52	73	26	78	54	43	62

Колико поена су студенти најчешће добијали?

МОДУС (M_o)

Пример 2:

x_i	f_i	x_i'
22 - 32	4	27
32 - 42	5	37
42 - 52	9	47
52 - 62	13	57
62 - 72	7	67
72 - 82	7	77
82 - 92	5	87

МОДУС (M_o)

Пример 2:

x_i	f_i	X_i'
22 - 32	4	27
32 - 42	5	37
42 - 52	9	47
52 - 62	13	57
62 - 72	7	67
72 - 82	7	77
82 - 92	5	87

МОДУС (M_o)

Пример 2:

x_i	f_i	X'_i
22 - 32	4	27
32 - 42	5	37
42 - 52	9	47
52 - 62	13	57
62 - 72	7	67
72 - 82	7	77
82 - 92	5	87

МОДУС (M_o)

Пример 2:

$$M_o = a_{M_o} + i \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})}$$

x_i	f_i	X'_i
22 - 32	4	27
32 - 42	5	37
42 - 52	9	47
52 - 62	13	57
62 - 72	7	67
72 - 82	7	77
82 - 92	5	87

$$M_o = 52 + 10 \frac{13 - 9}{(13 - 9) + (13 - 7)} = 56$$

ОСОБИНЕ МОДУСА (M_o)

- Модус је позициона средња вредност.
- Лако се одређује као груба мера просека.
- Модус је вредност обележја која има највећу фреквенцију (типични случај).
- Пожељно је користити модус у случају када се жели да се искључе екстремне вредности, а није га пожељно користити у случају када екстремна вредност има највећу фреквенцију.
- **Антимодус** је вредност са најмањом фреквенцијом.

НЕДОСТАЦИ МОДУСА (M_o)

- Модус узима у обзир само обележје са највећом фреквенцијом, а остале занемарује.
- Не може се увек одредити.
- Непоуздан је за изразито асиметричне расподеле у којима је модални интервал отворен.

ГРАФИЧКИ ПРИКАЗ МОДУСА (Mo)

- Графички се приказује хистограмом.
- Код неинтервалних серија, модус је обележје које на графику има највећу ординату.
- Код интервалних серија, графички се може пронаћи само приближан модус.

– МЕДИЈАНА – Me



- **Медијана** је вредност средишњег члана нумеричке серије података који су ранжирани у растућем поретку.
- Медијана дели груписану серију нумеричких података на два једнака дела, тако да прву половину чине вредности мање од ње, а другу веће вредности.

МЕДИЈАНА (Me)

- Ако је број нумеричких података у серији непаран, медијана ће бити једнака вредности средишњег члана.
- Ако је број нумеричких података у серији паран, вредност медијане је аритметичка средина два средишња податка у серији.

*МЕДИЈАНА (M_e)
код негрупписаних
нумеричких серија*

Без понављања података:

$$x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$$

$$M_e = x_{\frac{n+1}{2}}, \text{ ако је } n \text{ непаран број}$$

$$M_e = \frac{1}{2} (x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1}), \text{ ако је } n \text{ паран број}$$

*МЕДИЈАНА (Me)
код негрупписаних
нумеричких серија*

Пример 3: Израчунати медијане следећих серија:

- a) 27, 36, 25, 31, 15.
- b) 28, 38, 33, 37, 14, 26.

МЕДИЈАНА (M_e)
код негрупписаних
нумеричких серија

Пример 3: Израчунати медијане следећих серија:

a) 27, 36, 25, 31, 15.

15, 25, 27, 31, 36

$n=5$, непаран број $\Rightarrow M_e = x_{\frac{n+1}{2}}$

$$M_e = x_3 = 27$$

МЕДИЈАНА (M_e)
код негрупписаних
нумеричких серија

Пример 3: Израчунати медијане следећих серија:

b) 28, 38, 33, 37, 14, 26.

14, 26, 28, 33, 37, 38

$n=6$, паран број $\Rightarrow M_e = \frac{1}{2} (x_{\frac{n}{2}} + x_{\frac{n}{2}+1})$

$$M_e = \frac{1}{2} (x_3 + x_4) = \frac{28+33}{2} = 30.5$$

*МЕДИЈАНА (M_e)
код негрупписаних
серија са понављањем*

Са понављањем података:

–Користи се растућа кумулативна
фреквенција!

$$\text{(позиција } M_e) = \frac{N + 1}{2}, \quad N - \text{ парно}$$

$$\text{(позиција } M_e) = \frac{N}{2}, \quad N - \text{ непарно}$$

МЕДИЈАНА (Me)
код негруписаних
серија са понављањем

Пример 4: Израчунати медијану броја чланова домаћинства:

Број чланова домаћинства (x_i)	Број домаћинства (f_i)	Растућа кумулат. фрекв. ($\sum f_i$)
1	10	10
2	16	26
3	24	50
4	34	84
6	29	113
8	13	126
Σ	$\Sigma f_i = 126$	/

МЕДИЈАНА (M_e) код негруписаних серија са понављањем

Пример 4:

$$\begin{aligned}(\text{позиција } M_e) &= \frac{(\sum_{i=1}^n f_i) + 1}{2} = \\ &= \frac{126 + 1}{2} = 63,5\end{aligned}$$

Број чланова домаћинства (x_i)	Број домаћинства (f_i)	Растућа кумулат. фрекв. ($\sum f_i$)
1	10	10
2	16	26
3	24	50
4	34	84
6	29	113
8	13	126
Σ	$\Sigma f_i = 126$	/

$$M_e = 4$$

МЕДИЈАНА (M_e) код груписаних (интервалних) серија

Ако је непаран број података:

$$M_e = a_{M_e} + \frac{i}{f_{M_e}} \left(\frac{N}{2} - \sum_{i=1}^{M_e-1} f_i \right)$$

a_{M_e} = доња граница медијалног интервала

i = ширина медијалног интервала

f_{M_e} = фреквенција медијалног интервала

$\sum_{i=1}^{M_e-1} f_i$ = кумулативна фреквенција (збир свих фрек.)

$\sum_{i=1} f_i$ = кумулативна фрекв. предмедијалног инт.

МЕДИЈАНА (M_e) КОД ИНТЕРВАЛНИХ НУМЕРИЧКИХ СЕРИЈА

Ако је паран број података:

$$M_e = a_{M_e} + \frac{i}{f_{M_e}} \left(\frac{N + 1}{2} - \sum_{i=1}^{M_e-1} f_i \right)$$

a_{M_e} = доња граница медијалног интервала

i = ширина медијалног интервала

f_{M_e} = фреквенција медијалног интервала

$\sum_{i=1}^{M_e-1} f_i$ = кумулативна фреквенција (збир свих фрек.)

$\sum_{i=1} f_i$ = кумулативна фрекв. предмедијалног инт.

МЕДИЈАНА (Me)

Пример 5: На испиту је 50 студената добило следеће поене:

44	22	65	47	43	33	51	79	59	78
66	37	36	31	57	62	37	84	53	76
57	45	43	52	64	74	85	88	46	58
25	41	49	53	66	82	91	54	58	68
77	56	55	52	73	26	78	54	43	62

Одредити медијану груписане серије података.

МЕДИЈАНА (M_e)

Пример 5:

x_i	f_i	X_i'	$\sum f_i \nearrow$
22 - 32	4	27	4
32 - 42	5	37	9
42 - 52	9	47	18
52 - 62	13	57	31
62 - 72	7	67	38
72 - 82	7	77	45
82 - 92	5	87	50
	$\Sigma=50$		

$N=50$, паран број \Rightarrow поз. $M_e = \frac{N+1}{2} = 25.5$

МЕДИЈАНА (Me)

Пример 5:

x_i	f_i	X'_i	$\sum f_i \nearrow$
22 - 32	4	27	4
32 - 42	5	37	9
42 - 52	9	47	18
52 - 62	13	57	31
62 - 72	7	67	38
72 - 82	7	77	45
82 - 92	5	87	50
	$\Sigma=50$		

x_i	f_i	X'_i	$\sum f_i \nearrow$
22 - 32	4	27	4
32 - 42	5	37	9
42 - 52	9	47	18
52 - 62	13	57	31
62 - 72	7	67	38
72 - 82	7	77	45
82 - 92	5	87	50
	$\Sigma=50$		

МЕДИЈАНА (M_e)

Пример 5:

$$M_e = a_{M_e} + \frac{i}{f_{M_e}} \left(\frac{N + 1}{2} - \sum_{i=1}^{M_e-1} f_i \right)$$

$$M_e = 52 + \frac{10}{13} (25.5 - 18) = 57.77$$

x_i	f_i	x_i'	$\sum f_i \nearrow$
22 - 32	4	27	4
32 - 42	5	37	9
42 - 52	9	47	18
52 - 62	13	57	31
62 - 72	7	67	38
72 - 82	7	77	45
82 - 92	5	87	50
	$\Sigma=50$		

ОСОБИНЕ МЕДИЈАНЕ (Me)

- Једноставно се рачуна.
- Користи се само код нумеричких обележја.
- Користи се и код груписаних и код негруписаних података.
- Није под утицајем екстермних вредности обележја.
- “Грубља” је процена од аритметичке средине.
- Одређује се помоћу кумулативне фреквенције.
- Користи се када су вред. асиметрично распоређене око аритм. сред.

ОСОБИНЕ МЕДИЈАНЕ (Me)

Zašto je nekad bolje koristiti medijanu nego aritmetičku sredinu?

Primer:

“U našem preduzeću prosečna plata je 400 evra!”

$$\mu=400$$

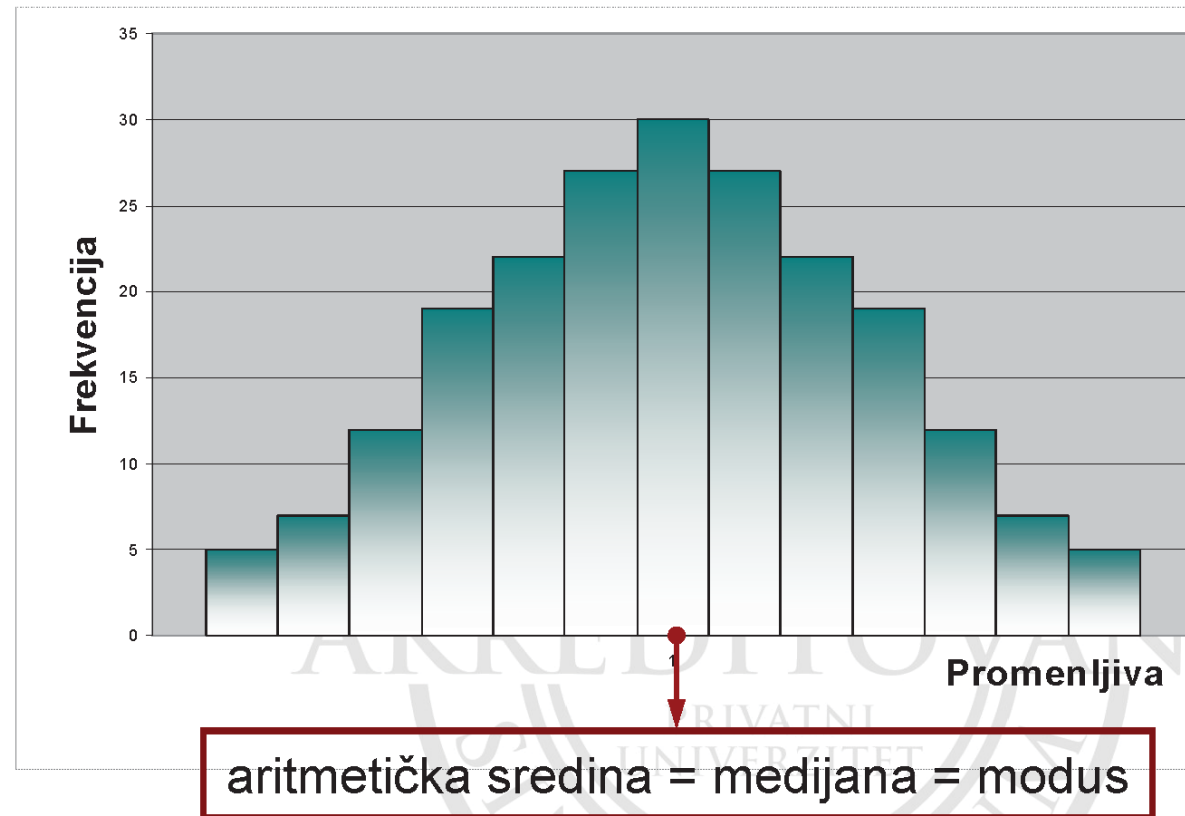
**Preduzeće ima 6 radnika sa platama:
100, 100, 150, 150, 400, 1500**

$$M_e=150$$



ВЕЗА: АРИТМЕТ. СРЕДИНЕ, МЕДИЈАНЕ И МОДУСА

Vrednosti
*aritmetičke sredine,
medijane i modusa*
za simetričan
histogram i simetričnu
krivu raspodele
frekvencija se
poklapaju.



BEZA: ARITMET. SREDINE, МЕДИЈАНЕ И МОДУСА

Odnos vrednosti **aritmetičke sredine, medijane i modusa** za histogram i krivu raspodele frekvencija asimetrične udesno.

Pažnja: Kod atributivnog obeležja se može odrediti jedino modus.

